

31 jan. 2017

- 1a) De dipool bestaat uit een lading $+q = \frac{P}{a}$ en een lading $-q$. Dus $q = \frac{3.6 \times 10^{-30}}{0.13 \times 10^{-9}} = 2.8 \times 10^{-20} \text{ C}$.

De kracht op de dipool is:

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qe}{x^2} + \frac{-qe}{(x+a)^2} \right) \\ &= \frac{qe}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+a)^2} \right) \\ &= \frac{(2.8 \times 10^{-20})(1.6 \times 10^{-19})}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12}} \left(\frac{1}{(1.5 \times 10^{-9})^2} - \frac{1}{(1.63 \times 10^{-9})^2} \right) \\ &= 2.7 \times 10^{-12} \text{ N.} \end{aligned}$$

- b) De potentiële energie volgt uit de potentiaal op de plaats van het ion:

$$U = eV$$

$$\begin{aligned} &= e \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{x} + \frac{-q}{x+a} \right) \\ &= \frac{qe}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} \right) \\ &= \frac{(2.8 \times 10^{-20})(1.6 \times 10^{-19})}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12}} \left(\frac{1}{1.5 \times 10^{-9}} - \frac{1}{1.63 \times 10^{-9}} \right) \\ &= 2.1 \times 10^{-21} \text{ J.} \end{aligned}$$

2a) Volgens de wet van Gauss is deze flux (Φ_E) gelijk aan $q_{\text{omvat}}/\epsilon_0$. De omvatte lading is die op een cirkelvormig oppervlak met grootte A , dus $q_{\text{omvat}} = \sigma A$. Dus:

$$\boxed{\Phi_E = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}} \quad (\text{merk op dat } \sigma < 0)$$

b) Volgens Gauss geldt:

$$\oint_{\text{cilinder}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

De cilinder bestaat uit een mantel en twee cirkelvormige schijven:

$$\int_{\text{mantel}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{boven-schijf}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{onder-schijf}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

Het E -veld staat recht naar het vlak toe, dus de flux door de mantel is nul. De flux door elke schijf is: $\int_{\text{schijf}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{schijf}} E dA = EA$.

Bij elkaar genomen:

$$EA + EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

c) Het veld is homogeen, dus

$$V_P = - \int_0^d \vec{E} \cdot \hat{z} dz = -E \int_0^d dz = -Ed = -\frac{\sigma d}{2\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \sigma = -\frac{2\epsilon_0 V_P}{d} = -\frac{2 \times 8.854 \times 10^{-12} \times 12}{0.10} = \boxed{-2.1 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}$$

d) In P is de potentiële energie van het elektron

$$U = (-e)V_P = -12 \text{ eV}$$

Om bij het geladen vlak te komen moet het dus een kinetische energie van minimaal 12 eV hebben:

$$\frac{1}{2} m v_{\text{min}}^2 = 12 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2 \times 12 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$\boxed{= 2.1 \times 10^6 \text{ m/s}}$$

3a) Met losgekoppelde batterij blijft de lading van de condensator gelijk, $Q = Q_0$, dus:

$$CV = C_0 V_0$$

De dielektrische constante is gelijk aan de factor waarmee de capaciteit toeneemt:

$$\kappa = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{3.0}{1.4} = \boxed{2.1}$$

b) De lading blijft gelijk, dus we kiezen voor de formule: $U = \frac{1}{2} Q^2 / C$

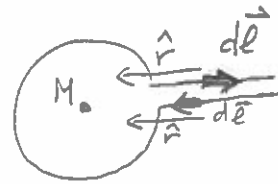
Hieruit volgt:

$$\frac{U}{U_0} = \frac{\frac{1}{2} Q^2 / C}{\frac{1}{2} Q^2 / C_0} = \frac{C_0}{C} = \frac{1}{\kappa} = 0.48.$$

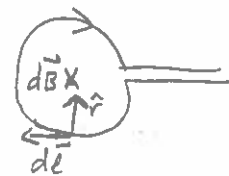
Dit betekent dat $\boxed{52\%}$ van de elektrische energie verloren is gegaan (omgezet in warmte).

4a) Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^2}$

In de aan- en afvoerdraden maken $d\vec{\ell}$ en $\vec{r}$ een hoek van 0 respectievelijk 180° met elkaar. Dan is $d\vec{\ell} \times \vec{r} = \vec{0}$ en dus $d\vec{B} = \vec{0}$.



b) Rechterhand: vingers in de richting van de stroom $\Rightarrow$ duim $\boxed{\text{papier in}}$.



Alternatief: $d\vec{\ell} \times \vec{r}$ staat $\boxed{\text{papier in}}$ voor elk stukje $d\vec{\ell}$ (gebruik rechterhand).

c) We moet Biot-Savart integreren over de hele cirkel. Maar elk stukje $d\vec{\ell}$ levert dezelfde bijdrage in M , omdat de afstand tot M gelijk is, dus:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{cirkel}} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{-\hat{z} d\ell}{R^2} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \hat{z} \int d\ell$$

$2\pi R$

$$\Rightarrow B = |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(5.0)}{2 \times 0.035} = \boxed{9.0 \times 10^{-5} \text{ T}}$$

5a) De flux voor een uniform veld is :

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \phi$$

Nu is $A = ab$ en $\phi(t) = \omega t$, zodat

$$\boxed{\Phi_B = Bab \cos \omega t}$$

b) Uit de wet van Faraday volgt :

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$= - \frac{d}{dt} (Bab \cos \omega t)$$

$$= Bab \omega \sin \omega t$$

De amplitude hiervan is :

$$E_{\max} = Bab \omega = 0.12 \times 0.01 \times 0.02 \times 314 = \boxed{7.5 \times 10^{-3} \text{ V}}$$